

2019 第十五屆  國際數學競賽複賽(台灣)
2019 Fifteenth International Mathematics Contest(Taiwan)

國
小
六
年
級
試
卷

考試時間：90 分鐘 卷面總分：100 分

《考試時間尚未開始前請勿翻閱》

2019 第十五屆 國際數學競賽複賽(台灣)

2019 Fifteenth International Mathematics Contest(Taiwan)

※ 請將答案寫在答案卷上

一、選擇題(每題 4 分，共 28 分)

(C)1. $34 \times 53 + 47 \times 99 + 34 \times 46 =$ _____。

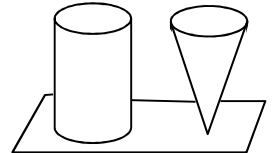
(A)8018 (B)8020 (C)8019 (D)8021

<解析>

原式= $34 \times 99 + 47 \times 99 = 81 \times 99 = 8019$ ，選 C。

(C)2. 如圖，同底等高的圓柱體與圓錐體水杯，用圓錐體水杯給圓柱體水杯灌水。那麼至少需要灌多少次，才能把空圓柱體水杯灌滿水？

(A)1 次 (B)2 次 (C)3 次 (D)4 次



<解析>

同底等高的圓柱體的體積是圓錐體體積的 3 倍，所以至少需要 3 次，選 C。

(B)3. 兩數之差是 504，其中一個數的最後一個數字是 0。如果把 0 去掉，就和另一個數相同。那麼較小的數為_____。(A)55 (B)56 (C)57 (D)58

<解析>

$504 \div (10 - 1) = 56$ ，選 B。

(A)4. 若六位數 $\overline{20ab19}$ 被 99 去除，餘數為 1。那麼 $a + b =$ _____。

(A)7 (B)8 (C)9 (D)10

<解析>

$99 \mid (\overline{20ab19} - 1) \Rightarrow 99 \mid (20 + \overline{ab} + 19 - 1) \Rightarrow 99 \mid (38 + \overline{ab}) \Rightarrow \overline{ab} = 99 - 38 = 61$ ， $a + b = 6 + 1 = 7$ ，選 A。

(D)5. 某運營的列車上，商販販賣牙刷，其進價為每支 1 元。以“10 元買三送一”（10 元錢購買 3 支另送 1 支）的方式售賣。那麼這個商販販賣牙刷的利潤率為多少？

(A)125% (B)135% (C)145% (D)150%

<解析>

$(10 - 1 \times 4) \div (1 \times 4) \times 100\% = 150\%$ 。

- (B)6. 如圖，灰色部分的面積是 57 平方公分，求三角形 ABC 的面積是多少平方公分？
 (A)150 平方公分 (B)100 平方公分 (C)175 平方公分 (D)125 平方公分

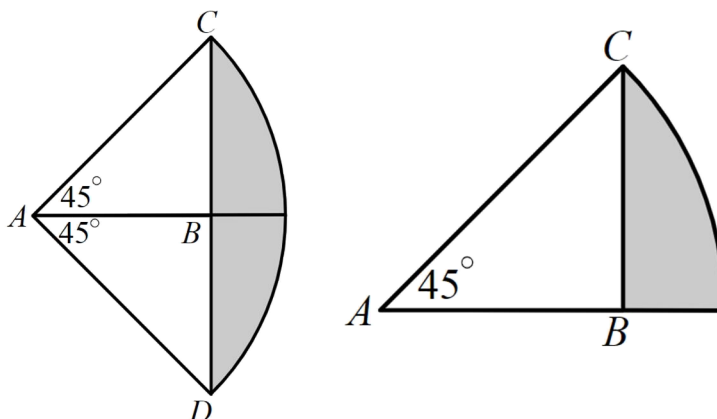
<解析>

假設 $\overline{AC} = \square$

$$\square \times \square \times 3.14 \div 4 - \square \times \square \div 2 = 57 \times 2$$

$$\square \times \square = 400$$

$$\text{三角形 } ABC = 400 \div 2 \div 2 = 100$$



- (C)7. The ratio of A, B, and C is 2 : 3 : 4. The average of them is 120. Then A+C = ?
 (A)180 (B)210 (C)240 (D)270

<翻譯>

A、B、C 三個數的比是 2 : 3 : 4，這三個數的平均值是 120，則 A+C = ?

<解析>

$$120 \times 3 \div (2+3+4) = 40$$

$$40 \times (2+4) = 240$$

二、填充題(每題 5 分，共 40 分)

1. 八位數 20190106 讀作二千零一十九萬零一百零六，其中 3 個數字“0”都被讀出了。那麼在 2019 年還會出現這 8 個數字組成日期中，讀出 3 個“0”，還有 2019 年 ①。

<解析>

要讀出三個零 \rightarrow 20190601，6 月 1 日

2. 計算： $\frac{5}{1} - \frac{5+9}{1+3} + \frac{5+9+13}{1+3+6} - \frac{5+9+13+17}{1+3+6+10} + \dots - \frac{5+9+13+17+\dots+41}{1+3+6+10+\dots+55} =$ ②。

<解析>

$$\text{原式} = 6 \times \left(\frac{5}{2 \times 3} - \frac{7}{3 \times 4} + \frac{9}{4 \times 5} - \frac{11}{5 \times 6} + \dots - \frac{23}{11 \times 12} \right) = 6 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{12} \right) = 2.5$$

3. 一個 112 人的旅遊團到高雄旅遊，準備住在兩個旅館裡。如果甲旅館住滿，那麼乙旅館客滿率僅為 25%；如果乙旅館住滿，那麼甲旅館客滿率為 80%。那麼甲、乙兩個旅館最多可以居住 ③ 人。

<解析>

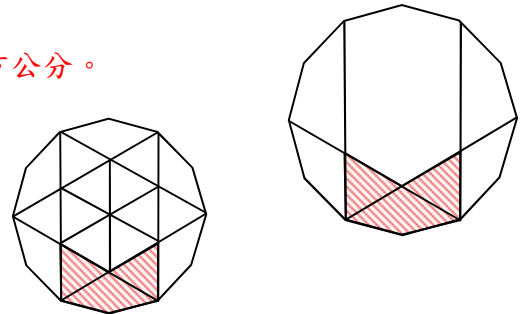
甲、乙兩個旅館容納人數之比為 $(1-25%):(1-80\%)=15:4$ ， $112 \div (15+4 \times 25\%)=7$ ， $7 \times (15+4)=133$ 人。

4. As shown in the figure, the area of the regular dodecagonal is 36 square centimeters. The area of the shaded part of the figure is ④ cm^2 .

翻譯:如圖，正十二邊形的面積為 36 平方公分。那麼圖中陰影部分的面積為 ④ 平方公分。

<解析>

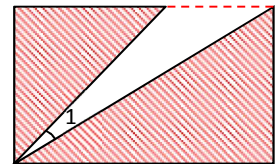
如圖得到陰影部分面積占正十二邊形面積的 $\frac{1}{6}$ ，所以 $36 \times \frac{1}{6} = 6$ 平方公分。



5. 兩種直角三角板拼接在一起，得到如圖所示的長方形。那麼縫隙中的 $\angle 1 =$ ⑤。

<解析>

$90-45-30=15$ 。



6. 找規律填空：

$9 \times 9 = 81$ ， $98 \times 9 = 882$ ， $987 \times 9 = 8883$ ， $9876 \times 9 = 88884$ ， \dots ，則 $987654321 \times 9 =$ ⑥。

<解析>

根據規律，後面一個數位是前面數位 8 的個數，得到 $987654321 \times 9 = 888888889$ 。

7. 李叔叔每月都有固定的收入，他從元旦到三月底每月支出 22000 元，結果負債若干元，他為了還債，將每月的支出減為 16000 元，到年底就可以還清債務，請問他每月收入是 ⑦ 元。

<解析>

假設他每月收入是 \square 元

$(22000 - \square) \times 3 = (\square - 16000) \times 9$ ， $\square = 17500$

8. 在每個方框中填入一個數字，使得算式成立。那麼分母之差（大減小）為 ⑧。

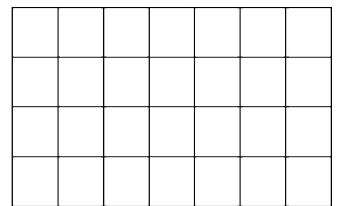
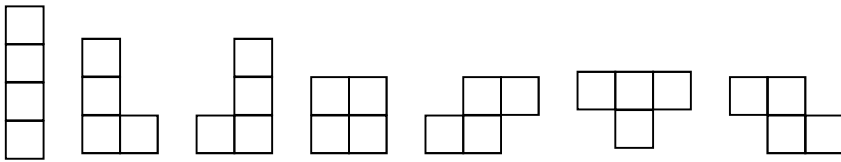
$$\frac{1}{2019} = \frac{1}{\square\square\square\square} - \frac{1}{\square\square\square\square}$$

<解析>

$$\frac{1}{2019} = \frac{3-1}{2019 \times 2} = \frac{1}{1346} - \frac{1}{4038}, \quad 4038 - 1346 = 2692。$$

三、計算題(共 32 分) ※未寫計算過程不予計分

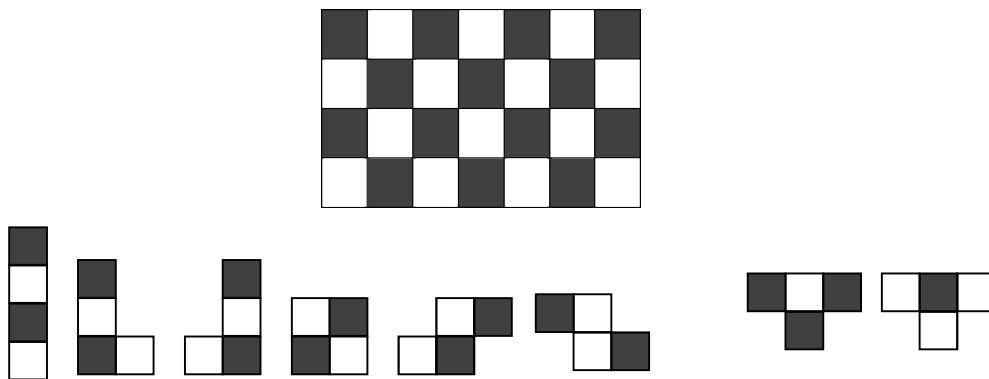
1. 如圖，用下面的 7 種平面四連方(四格骨牌)，每種取一個，能否覆蓋 4×7 的長方形？如果能，給出一種方法；如果不能，給出理由。(10 分)



<解析>

結論：不能(2 分)

【證明】如圖進行黑白間隔二染色，可以得到 14 個黑格 14 個白格。(8 分)



接下來觀察每個四連方放到 4×7 的長方形的情況。除了 T 形，其他的四連方不管怎麼放，都會是佔據 2 黑和 2 白。而 T 形要麼佔據 3 黑 1 白，要麼 3 白 1 黑。

7 個不同的四連方覆蓋 4×7 的長方形，或者佔據 $2 \times 6 + 1 = 13$ 個黑格與 $28 - 13 = 15$ 個白格，或者佔據 $2 \times 6 + 3 = 15$ 個黑格與 $28 - 15 = 13$ 個白格。這些都與若染成的 14 個黑格 14 個白格不相符。

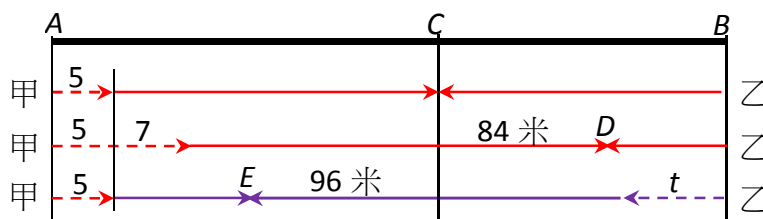
所以，7 個不同的平面四連方不能完全覆蓋 4×7 的長方形。

2. 一條公路上有 A、B 兩地，甲、乙分別從 A、B 兩地出發。若甲先行 5 分鐘，則甲、乙迎面相遇在 C 地；如果甲先行 12 分鐘，則迎面相遇點 D 偏移 C 地 84 米。如果乙先行，結果迎面相遇點 E 地偏移 C 地 96 米，那麼乙先行多少分鐘?(10 分)

<解析>

先把 A 段去掉 5 分鐘的路程，轉化為甲、乙同時出發，在 C 地相遇的情況。根據先出發的時間與偏移路程成正比，得到

$$\frac{1}{V_{\text{甲}}} + \frac{1}{V_{\text{乙}}} = \frac{12-5}{84} = \frac{t+5}{96}, t=3 \text{ 分鐘。}$$



3. In graduation trip for class 601, Teacher Zhang assigned a room. If four people sleep in a room, there will be four people more than the number of rooms. If she changes five people to sleep in a room, there will be one more room. How many people will they take a graduation trip? (12 分)

<解析>

翻譯:六年一班畢業旅行，張老師分配房間，如果 4 人睡一間，則會多出 4 人，如果改成 5 人睡一間，則會多出 1 個房間，請問六年一班的學生有多少位?

$$(4+5) \div (5-4) = 9$$

$$9 \times 4 + 4 = 40$$