

# 2017 第十三屆 國際數學競賽複賽(台灣)

2017 Thirteenth International Mathematics Contest (Taiwan)

## 國 中 二 年 級 試 卷

考試時間：90 分鐘

卷面總分：100 分

《考試時間尚未開始前請勿翻開》

# 2017 第十三屆 **IMC** 國際數學競賽複賽(台灣)

2017 Thirteenth International Mathematics Contest (Taiwan)

※請將答案寫在答案卷上

一、選擇題（每題 4 分，共 28 分）

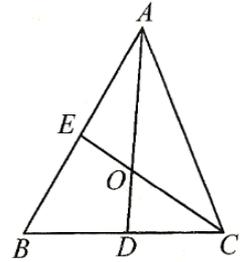
- ( ) 1. 代數式  $\sqrt{x} + \sqrt{x-1} + \sqrt{x-2}$  的最小值是：  
(A) 0      (B)  $1 + \sqrt{2}$       (C) 1      (D) 不存在
- ( ) 2. 若  $|a-1| + \sqrt{2b+1} = 0$ ，則  $a^{2006} - b^4 = ?$   
(A)  $\frac{3}{8}$       (B)  $\frac{7}{8}$       (C)  $\frac{9}{16}$       (D)  $\frac{15}{16}$
- ( ) 3. 定義函數  $f(x)$  滿足  $f(xy) = f(x) + f(y)$ ，則  $f(1)$  的值為？  
(A) -1      (B) 0      (C) 1      (D) 2
- ( ) 4. 已知一個正方體的體積是 16，另一個正方體的體積是這個正方體體積的 4 倍，求另一個正方體的表面積為？  
(A) 64      (B) 80      (C) 96      (D) 128
- ( ) 5. 父子倆在同一家工廠工作，父親從家裡走到工廠要用 30 分鐘，兒子走這段路程只要 20 分鐘，某天父親比兒子早 5 分鐘上班，過多長時間兒子才能追上父親？ (A) 10      (B) 11      (C) 14      (D) 15 分鐘
- ( ) 6. 例如：四位數 1247，其個位數字恰好是它前面三個數字之和。那麼所有這樣的四位數共有多少個？ (A) 161      (B) 163      (C) 165      (D) 167
- ( ) 7. 一次函數  $y = x + 5$  的圖像經過點  $P(a, b)$  和  $Q(c, d)$ ，則  $a(c-d) - b(c-d)$  的值為？ (A) 25      (B) -25      (C) 5      (D) -5

二、填充題（每格 6 分，共 48 分）

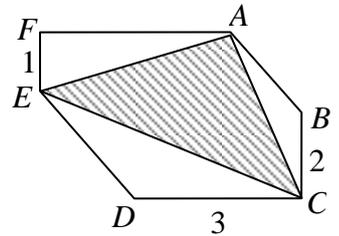
1. 已知  $3^{m+1} + 3^{m+2} = 108$ ，求  $m$  的值是     ①    。

2. 已知  $a = \sqrt{5} - 1$ ，則  $2a^3 + 7a^2 - 2a - 5 =$  ②。

3. 如圖，在  $\triangle ABC$  中， $AD$ 、 $CE$  分別平分  $\angle BAC$ 、 $\angle ACB$ ，且  $AC = AE + CD$ ，求  $\angle ABC$  的度數為 ③。



4. As shown in figure, the area of hexagon(六邊形)  $ABCDEF$  is 17.5,  $\angle BCD$  and  $\angle F$  are right angles, the rest of(其餘) four angles are equal, the three side of the hexagon is  $BC = 2$ ,  $CD = 3$ ,  $EF = 1$ . Then what is the area of  $\triangle ACE$ ? ④.



5.  $-2^{100} \times 0.5^{101} \times \left(\frac{4}{3}\right)^{102} \times (-0.75)^{103} =$  ⑤。

6. 如圖 1 所示，在直角梯形  $ABCD$  中， $AB \parallel DC$ ， $\angle B = 90^\circ$ ，動點  $P$  從點  $B$  出發，沿梯形的邊由  $B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$  運動。設點  $P$  運動的路程為  $x$ ， $\triangle ABP$  的面積為  $y$ ，把  $y$  看作  $x$  的函數，函數的圖像如圖 2 所示，則  $\triangle ABC$  的面積為 ⑥。

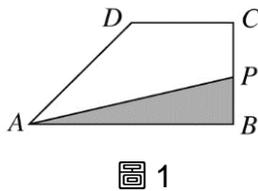


圖 1

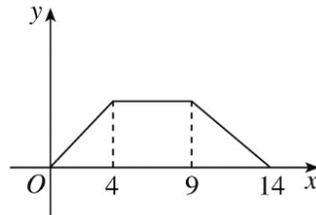
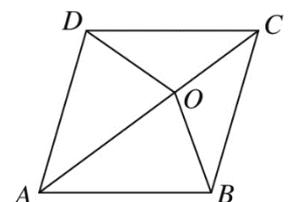


圖 2

7. 一輛客車、一輛貨車和一輛小轎車在一條筆直的公路上朝同一方向勻速行駛。在某時刻，客車在前，小轎車在後，貨車在客車與小轎車的正中間。過了 10 分鐘，小轎車追上了貨車；又過了 5 分鐘，小轎車追上了客車；再過  $t$  分鐘，貨車追上了客車，則  $t =$  ⑦。

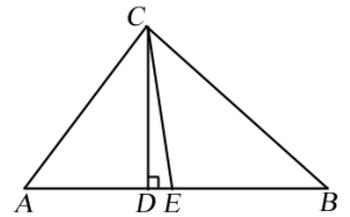
8. As shown in figure,  $a$  is the side length(邊長) of rhombus(菱形)  $ABCD$ ,  $O$  is a point of diagonal(對角線)  $AC$ , and  $OA = a$ ,  $OB = OC = OD = 1$ , then  $a =$  ⑧.



三、計算題（每題 8 分，共 24 分）

1. 已知  $x_1, x_2$  是關於  $x$  的一元二次方程  $x^2 + (3a-1)x + 2a^2 - 1 = 0$  的兩個實數根，使得  $(3x_1 - x_2)(x_1 - 3x_2) = -80$  成立，求實數  $a$  的所有可能值。

2. 如圖，在  $\triangle ABC$  中， $CD$  是高， $CE$  為  $\angle ACB$  的平分線，若  $AC = 15$ ， $BC = 20$ ， $CD = 12$ ，則  $CE = ?$



3. 一個自行車輪胎，若把它安裝在前輪，則自行車行駛 5000 公里後報廢；若把它安裝在後輪，則自行車行駛 3000 公里後報廢，行駛一定路程後可以交換前、後輪胎。如果交換前、後輪胎，要使一輛自行車的一對新輪胎同時報廢，那麼這輛車將能行駛多少公里？