

2017 第十三屆 國際數學競賽複賽(台灣)

2017 Thirteenth International Mathematics Contest (Taiwan)

國 中 三 年 級 試 卷

考試時間：90 分鐘

卷面總分：100 分

《考試時間尚未開始前請勿翻開》

2017 第十三屆 **MATH IMC** 國際數學競賽複賽(台灣)

2017 Thirteenth International Mathematics Contest (Taiwan)

※請將答案寫在答案卷上

一、選擇題 (每題 4 分, 共 28 分)

() 1. 計算 $\frac{2005 + 20052005 + 200520052005 + 2005200520052005}{2006 + 20062006 + 200620062006 + 2006200620062006} = ?$

- (A) $\frac{2005}{2006}$ (B) 1 (C) $\frac{1}{10}$ (D) $\frac{2006}{2005}$

() 2. 請問有多少個正整數 n 使得 $\frac{1}{n} + \frac{2}{n} + \dots + \frac{10}{n}$ 為整數?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

() 3. $3x^2 + 2x - 1 = a(x-1)(x-2) + b(x-2)(x-3) + c(x-3)(x-1)$, 則 $a \times b \times c = ?$

- (A) 480 (B) -480 (C) 360 (D) -360

() 4. 對於 $i = 2, 3, \dots, k$, 正整數 n 除以 i 所得的餘數為 $i-1$, 若 n 的最小值 n_0 滿足 $2000 < n_0 < 3000$, 則正整數 k 的最小值為多少?

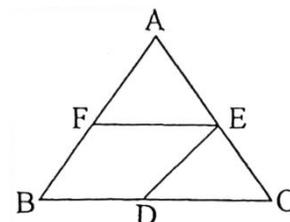
- (A) 7 (B) 9 (C) 11 (D) 13

() 5. 設自然數 n 滿足 $(n, 72) = 1$, 且 $n \leq 200$, 這種數共有多少個?

- (A) 65 (B) 66 (C) 67 (D) 68

() 6. 右圖中, 已知 $BDEF$ 為一菱形, 且 $\overline{AB} = 10$, $\overline{BC} = 15$, 則 $\overline{DE} = ?$

- (A) 6 (B) 5 (C) 8 (D) 7

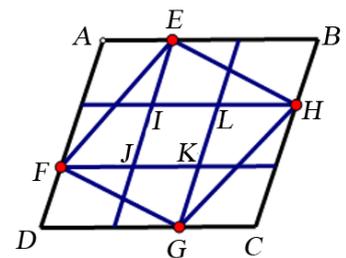


() 7. If $x + y + z = 7$, $xy + yz + zx = 14$, $xyz = 8$, then the value of $(x+y)(y+z)(z+x) = ?$ (A) 76 (B) 80 (C) 84 (D) 90

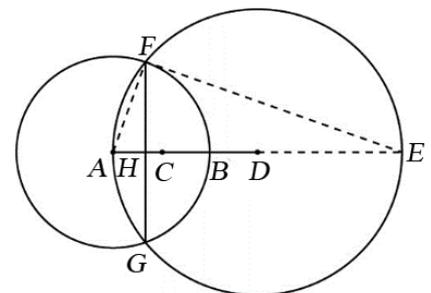
二、填充題（每格 6 分，共 48 分）

1. 一個正整數 n ，若加上 168 是一個完全平方數，若加上 100 又得到另一個完全平方數，試求這個正整數 $n =$ ①。
2. 直角 \triangle 三邊都是二位數其中一边的個位與十位對調所成的數是斜邊，求三邊長為 ②。
3. If $a = \sqrt{3} - 1$, then $a^{2017} + 2a^{2016} - 2a^{2015} =$ ③。
4. 已知一個三位數是 35 的倍數且各個數位上數字之和為 15，則這個三位數為 ④。
5. 設方程 $(x-a)(x-b) - x = 0$ 的兩根是 $c、d$ ，則方程 $(x-c)(x-d) + x = 0$ 的根分別是 ⑤。
6. 若不等式 $2|x-1| + 3|x-3| \leq a$ 有解，則實數 a 的最小值是 ⑥。

7. Refer to the parallelogram $ABCD$ at the right, if $AD \parallel EI \parallel LG \parallel BC$, $AB \parallel IH \parallel FK \parallel CD$, $S_{ABCD} = 100$, $S_{ILKJ} = 20$, then $S_{EFGH} =$ ⑦。



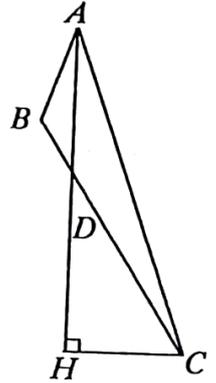
8. 已知線段 AB 的中點為 C ，以點 A 為圓心， AB 的長為半徑作圓，在線段 AB 的延長線上取點 D ，使得 $BD = AC$ ；再以點 D 為圓心， DA 的長為半徑作圓，與 $\odot A$ 分別相交於 F, G 兩點，連接 FG 交 AB 於點 H ，則 $\frac{AH}{AB}$ 的值為 ⑧。



三、計算題（每題 8 分，共 24 分）

1. 將正整數 2006 用二個或二個以上連續正整數之和來表示，請問共有幾種不同的表示法（這些連續正整數由小而大排列）？

2. 作 $\overline{CH} \perp \angle A$ 的平分線 \overrightarrow{AD} 於 H ，若 $\overline{AC} = 3\overline{AB}$ ，求證： $\overline{AD} = \overline{DH}$ 。



3. 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 2$ ， $AC = \sqrt{3}$ ， $\angle A = \angle BCD = 45^\circ$ ，求 BC 的長及 $\triangle BDC$ 的面積。

