



# 2017 IMC 國際數學競賽 台灣區初賽

## 2017 International Mathematics Contest (Taiwan)

### 國中一年級組 試卷

※ 請將答案寫在答案卷上

#### 一、選擇題(每題 10 分)

( C )1. 羽球教練大同去淡水買鐵蛋 115 顆、魚丸 97 顆，平均分配給球員吃，結果鐵蛋少 5 顆，魚丸多 7 顆，試問球員最多有幾人？

(A)24 人 (B)8 人 (C)30 人 (D)33 人。

解析:  $115+5=120$ ， $97-7=90$ ， $(120、90)=30$ ，最多 30 人。

( B )2. 甲的錢是乙的  $3\frac{1}{5}$  倍，甲和乙兩人共 210 元，則甲有多少元？

(A)150 (B)160 (C)165 (D)170 元。

解析:  $1+3\frac{1}{5}=4\frac{1}{5}$ ， $210\div 4\frac{1}{5}=50$ ...乙， $50\times 3\frac{1}{5}=160$ ...甲

( C )3. 右圖為製作果凍的食譜，媽媽想依此食譜內容製作六人份的果凍，若她加入 50 克砂糖後，不足砂糖可依比例換成糖漿，則她需再加給小匙糖漿？

(A)15 (B)18 (C)21 (D)24 小匙。

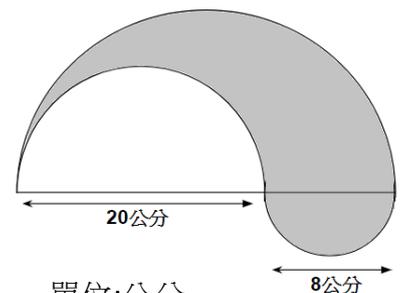
果凍(一人份)
果凍粉.....30 克
砂糖.....20 克
咖啡粉....70 克
註:砂糖 20 克可換成糖漿 6 小匙

解析: 六人份，需要砂糖  $20\times 6=120$ ，已加入 50 克，還需要  $120-50=70$ ，每 20 克可換 6 小匙， $70\div 20\times 6=21$ 。

( D )4. 如右圖，求灰色部分面積是多少?(圓周率=3.14)

(A)168.56 平方公分 (B)170.28 平方公分

(C)172.64 平方公分 (D)175.84 平方公分。

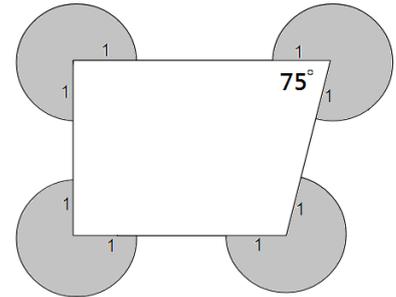


解析:面積為大半圓-中半圓+小半圓

$$= \frac{1}{2} \times 14 \times 14 \times 3.14 - \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times 3.14 + \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times 3.14 = 175.84 \text{ 平方公分。}$$

( A ) 5. 如右圖，灰色部分面積是多少平方公分？

(A)9.42 (B)9.56 (C)9.68 (D)9.88。



解析:所求=4個半徑為1的圓-4個圓心角總和為360度的扇形(1個圓) $=1 \times 1 \times 3.14 \times 4 - 1 \times 1 \times 3.14 = 9.42$ 平方公分。

( C ) 6. 飛哥看 12 本故事書要花 14 小時，看完 72 本故事書要幾小時？

(A)72 (B)76 (C)84 (D)88。

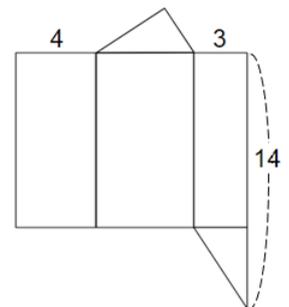
解析:假設需要□小時， $12:14=72:\square$ ， $\square=84$ 小時。

( B ) 7. 長 450 公尺的跑道，甲跑一圈需要 72 秒，乙跑一圈要 64 秒，如果同時起跑，甲要先前進幾公尺，兩人才能同時到達終點？

(A)42 (B)50 (C)52 (D)56 公尺。

解析: $450 \div 72 = 6.25$ ， $6.25 \times (72 - 64) = 50$ 公尺。

( A ) 8. The right picture is the expansion diagram of the triangular column, how much is the volume of the triangular column?



單位:公分

翻譯:右圖是三角柱的展開圖，求組合而成的三角柱體積是多少？

(A)60 (B)72 (C)120 (D)144 立方公分。

解析:求柱高  $14 - 4 = 10$ ， $V = 4 \times 3 \times \frac{1}{2} \times 10 = 60$ 立方公分。

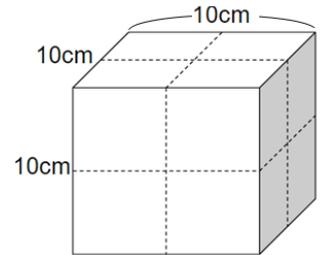
( A ) 9. 小菁每天可以領到固定的零用錢，4 月份，小菁每天花 10 元，結果 4 月份她的零用錢還有 1200 元，小菁每天的零用錢有幾元？

(A)50 (B)80 (C)100 (D)120 元。

解析: 設小菁每天的零用錢有 X 元, 4 月份有 30 天

$$(X-10) \times 30 = 1200, X = 50 \text{ 元。}$$

( C )10. 如圖, 將邊長 10 公分的正方體表面積塗上顏色, 然後依虛線分割成 8 塊完全相同的小正方體, 則沒有塗顏色的表面積為多少平方公分?



(A)450 (B)500 (C)600 (D)650 平方公分。

解析:  $5 \times 5 \times 3 \times 8 = 600$  平方公分。

( D )11. 下面的圖形, 是黑棋和白棋有規律排列著, 問排成 90 個時, 白棋共有多少個? (A)44 (B)46 (C)48 (D)52 個。



解析: 觀察規律  $\rightarrow$  7 個一組循環,  $90 \div 7 = 12 \dots 6$ , 剩下的棋子 = 白黑白黑白白

$$4 \times 12 + 4 = 52 \text{ 個。}$$

( B )12. 一本書讀了 300 頁, 恰好讀完全書的 75%, 如果讀了 150 頁, 恰好讀完全書的幾分之幾? (A)  $\frac{2}{8}$  (B)  $\frac{3}{8}$  (C)  $\frac{5}{8}$  (D)  $\frac{6}{8}$ 。

解析:  $300 \div 75\% = 400$ ,  $150 \div 400 = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$ 。

( D )13. 有一條道路在比例尺 1:300000 的縮圖上長 15 公分, 如果這條道路在比例尺 1:60000 的縮圖上會是多少公分?

(A)60 (B)65 (C)70 (D)75 公分。

解析:  $15 \div \frac{1}{300000} = 4500000$ ,  $4500000 \times \frac{1}{60000} = 75$  公分。

( C )14. 將一根竹竿垂直插入池中，有 $\frac{3}{7}$ 在水中，又將此竹竿拔起，倒立插入池中，結果沒有濕的部分是 150 公分，則水深是多少公分？

(A)420 (B)430 (C)450 (D)460 公分。

解析： $150 \div (1 - \frac{3}{7} - \frac{3}{7}) = 150 \div \frac{1}{7} = 1050$ ， $1050 \times \frac{3}{7} = 450$  公分。

( B )15. 游泳訓練班有 10 位同學，他們第一次游泳成績與 60 分的差值如下表。

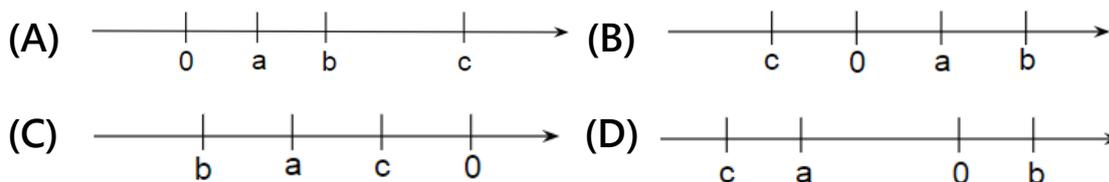
姓名	甲	乙	丙	丁	戊	己	庚	辛	壬	癸
差值	-5	-6	-7	-8	+10	-2	-3	-4	-5	0

則此 10 位同學的平均成績為多少分？

(A)48 (B)57 (C)58 (D)59 。

解析： $(-5) + (-6) + (-7) + (-8) + 10 + (-2) + (-3) + (-4) + (-5) + 10 + 60 = 57$ 。

( D )16. 若 A、B、C 三點之坐標分別為 a、b、c，已知 $|a| = -a$ ， $|b - c| = b - c$ ，則 A、B、C 三點在數線上的位置可能為下列何者？



解析： $\because |a| = -a, \therefore a < 0$

$\because |b - c| = b - c, \therefore b - c > 0, b > c$ ，選 D

( B )17. 某場職棒賽門票分 A、B、C 三區，票價依次為 100 元、80 元、60 元，現在同學四人去看球賽，甲有 120 元，乙有 50 元，丙有 70 元，丁有 65 元，若四人想一起觀看球賽，則最多能買多少張 A 區的票？

(A)0 張 (B)1 張 (C)2 張 (D)3 張 。

解析:  $120+50+70+65=305$

如果 A 區買 3 張, C 區 1 張  $\rightarrow 100 \times 3 + 60 = 360$  不夠

如果 A 區買 2 張, C 區 2 張  $\rightarrow 100 \times 2 + 60 \times 2 = 320$  不夠

如果 A 區買 1 張, C 區 3 張  $\rightarrow 100 \times 1 + 60 \times 3 = 280$  夠

( D ) 18.  $12345 \div a = -3$ ,  $-12345 \div b = -3$ ,  $(-12345) \div c = 3$ ,  $12345 \div d = 3$ , 則 a、b、c、d 的大小關係為何?

(A)  $a > c > b > d$  (B)  $a = c > b = d$  (C)  $a < c < b < d$  (D)  $a = c < b = d$ 。

解析:  $a = 12345 \div (-3) = -4115$ ;  $b = (-12345) \div (-3) = 4115$ ;  $c = (-12345) \div 3 = -4115$ ;  $d = 12345 \div 3 = 4115 \rightarrow a = c < b = d$

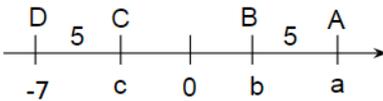
( B ) 19.  $987654321^2$  是幾位數?

(A) 17 位數 (B) 18 位數 (C) 19 位數 (D) 20 位數。

解析:  $987654321^2 = (9.87654321 \times 10^8)^2 = (97. \dots) \times 10^{16} = 9.7 \dots \times 10^1 \times 10^{16} = 9.7 \times 10^{17} \rightarrow 18$  位數。

( D ) 20. 在數線上有 A(a)、B(b)、C(c)、D(d) 四點, 已知 a 比 b 大 5,  $|a| = |d|$ ,  $|b| = |c|$ 。若 C、D 兩點中, 最左邊的點坐標為 -7, 則下列敘述何者正確?

(A) A 點坐標為 -7 (B) B 點為  $\overline{AD}$  的中點 (C)  $\overline{CD} = 7$  (D)  $c - a = -9$

解析:   $a = 7$ ,  $b = 2$ ,  $c = -2$ ,  $c - a = (-2) - 7 = (-9)$ , D 正確。

( D ) 21. Calculate the exact value of  $42 - 2 \times (8 - 3) = ?$

翻譯: 「 $42 - 2 \times (8 - 3)$ 」計算出正確值?

(A) 200 (B) 100 (C) 23 (D) 32

解析: 先乘除後加減, 括號優先做, 原式  $= 42 - 2 \times 5 = 42 - 10 = 32$ 。



( B )25. A、B、C、D、E 五人參加考試，滿分為 10 分，得分為整數。

A: 「我 4 分而已。」

B: 「我得最高分。」

C: 「我是 A 和 D 的平均。」

D: 「我是 5 個人的平均。」

E: 「我是得分第二高，我比 C 多 2 分。」

請問 B 得幾分? (A)7 分 (B)8 分 (C)9 分 (D)10 分。

解析: 由 B、C、D、E 談話

(1)  $A=4$ ，若  $D < 4$ ，則 D 最低分(D 不可能是 5 個人的平均)

(2)  $A=4$ ，若  $D=A=4$ ，則  $C = \frac{A+D}{2} = 4$

又 E 比 C 多 2 分(即 E 得 6 分)，則 D 不可能是 5 個人的平均。

(3) 根據(1)(2)  $D > A=4$ ，5 人大小  $\rightarrow B > E > D > C > A$

(4)  $A=4$ ， $C = \frac{A+D}{2} = \frac{4+D}{2} \rightarrow D$  是偶數

① 若  $D=10 \rightarrow$  不合(已知 B 最高)

② 若  $D=8 \rightarrow C = \frac{A+D}{2} = \frac{4+8}{2} = 6$ ，E 比 C 多 2 分， $E=8$

$\rightarrow B = 5 \times 8 - (8+8+6+4) = 14 \dots$  不合

③ 若  $D=6 \rightarrow C = \frac{A+D}{2} = \frac{4+6}{2} = 5$ ， $E=5+2=7$

$\rightarrow B = 5 \times 6 - (7+6+5+4) = 8 \dots$  符合，選 B。

二、計算題(每題 25 分)

1. 小柯、小朱、小賴出去玩，每個人先交 300 元給小柯，所有的花費由小柯支付。車資 321 元，餐費 420 元，餐費包括小柯的 35 元飲料、小朱的 28 元霜淇淋和小賴的 30 元礦泉水，這三樣由個人自己付錢，問小柯還需要各退幾元給小朱和小賴?

解析:  $321+420-35-28-30=648$

$648 \div 3 = 216$

$300-216-30=54 \dots$  小賴

$300-216-28=56 \dots$  小朱

答:小柯分別退錢給小賴和小朱各 54 元和 56 元。

2. The following nine numbers,  $\frac{1}{9}$ ,  $\frac{1}{3}$ , 1, 3, 9, 27, 81, 243, 729 respectively fill in the right figure nine squares, so that all straight line, row and diagonal online every three number of products are equal, how many of the number of X-squares should be filled?

翻譯:將下列九個數  $\frac{1}{9}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、1、3、9、27、81、243、729 分別填入右圖九個方格中，

使得所有直行、橫列與對角線上的每三個數的乘積都相等，請問填入 X 方格中的數應為多少?

解析:  $\frac{1}{9}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、1、3、9、27、81、243、729

→  $3^{-2}$ 、 $3^{-1}$ 、 $3^0$ 、 $3^1$ 、 $3^2$ 、 $3^3$ 、 $3^4$ 、 $3^5$ 、 $3^6$

乘積相同表示 → 3 的指數和相同

243		
		X
	729	

$\{ (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 \} \div 3 = 18 \div 3 = 6$ .....每線指數和為 6

$18 \div 9 = 2$ .....中央數為  $3^2$ 。

$3^5$	$3^{-2}$	$3^3$
$3^0$	$3^2$	$3^4$
$3^1$	$3^6$	$3^{-1}$



243	$\frac{1}{9}$	27
1	9	81
3	729	$\frac{1}{3}$

X=81 答:X=81