

國中二年級(決賽)試題

考試時間:90 分鐘 卷面總分:100 分 得分:_____

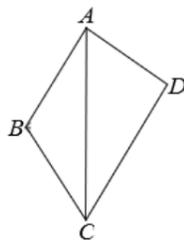
◎參賽學生請將試題答案填寫在答案表內，填寫後不得塗改；塗改後的答案不計算成績！
◎計算題需要在試題空白處列出運算過程；只寫答案沒有運算過程不予計算成績！

選擇題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								
填充題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								

一、選擇題(每題 5 分，共 40 分)

1. If $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{7}{a+b}$, then the value of $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$ is _____. (A)3 (B)5 (C)7 (D)9

2. 如圖，四邊形 $ABCD$ 中， $\angle BAD=90^\circ$ ， $\overline{AB}=\overline{BC}=2\sqrt{3}$ ， $\overline{AC}=6$ ， $\overline{AD}=3$ ，則 \overline{CD} 的長是()。 (A)4 (B) $4\sqrt{3}$ (C) $3\sqrt{3}$ (D) $2\sqrt{3}$



3. 已知 $b > a > 0$ ， $a^2 + b^2 = 3ab$ ，則 $\frac{a+b}{a-b}$ 等於()。
(A) $\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $-\sqrt{5}$ (D) $-\sqrt{3}$

4. 若 $|x|=2$ ， $\sqrt{y}=3$ ，且 $xy < 0$ ，則 $x-y=$ _____。(A)-9 (B)-11 (C)-13 (D)-15

5. It is known that (x^2+x-6) is a factor of the polynomial $(2x^4+x^3-ax^2+bx+a+b-1)$, then $a-b=$ _____。(A)11 (B)12 (C)13 (D)14

6. 從 1 分、2 分、5 分三種硬幣中取出 100 枚，總計 3 元，其中 1 分硬幣最少為 _____ 枚。(A)1 (B)2 (C)3 (D)4

7. 乘積 $2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \dots \times 2022 \times 2024$ 的末兩位數字是_____。
(A)00 (B)12 (C)24 (D)36

8. 計算： $\frac{2024 \cdot 2023^2}{2024 \cdot 2022^2 + 2024 \cdot 2024^2 - 2}$ 的結果為_____。(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{4}{5}$

二、填充題 (每小題 5 分，共 40 分)

1. 從同一副撲克牌中挑出 5 張紅桃、6 張黑桃，這 11 張撲克牌洗勻後背面朝上，再從中抽出 8 張牌，抽出的這 8 張牌中恰好有 4 張紅桃的機率是_____。

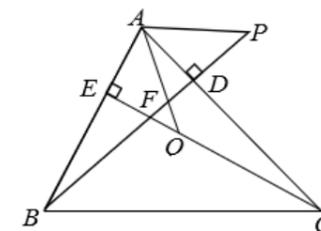
2. It is known that n is a positive integer, denoted $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n = n!$ (for example, $1! = 1$, $4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4$ etc.). If $M = 1! \times 2! \times 3! \times \dots \times 6!$, then there are _____ divisors of M that are perfect square numbers.

3. $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 30^\circ$ ，邊 $AB = 10$ ，邊 AC 可以取值 5、8、11 之一，滿足這些條件的互不全等的三角形的個數是()。

4. 直線 $y = -3x + 6$ 與 x 軸、 y 軸分別交於 P 、 Q 兩點，把 $\triangle POQ$ 沿 \overline{PQ} 翻折，點 O 落在 R 處，則 R 點的坐標是_____。

5. 設 $\triangle ABC$ 的兩邊 AC 和 BC 之和為 a ， M 為 \overline{AB} 的中點， $\overline{MC} = \overline{MA} = 1$ ，則 a 的最大值是_____。

6. 如圖所示， \overline{BD} 、 \overline{CE} 分別是 $\triangle ABC$ 的邊 AC 和 AB 上的高， P 點在 \overline{BD} 的延長線上， $\overline{BP} = \overline{AC}$ ，點 O 在 \overline{CE} 上， $\overline{CO} = \overline{AB}$ ，求 $\frac{\overline{PO}}{\overline{AP}} =$ _____。



Country/國家: _____ City/市(省): _____ School/學校: _____
 Name/姓名: _____ Sex/性別: _____ Instructor/指導老師: _____

Examinee 學生資料

7. 某大學畢業生為自主創業於 2021 年 8 月初向銀行貸款 360000 元，與銀行約定“等額本金還款法”分 10 年進行還款，從 2021 年 9 月初開始每個月月初還一次款，貸款月利率為 0.5%，現因經營狀況良好，準備向銀行申請提前還款，計畫於 2027 年 8 月初將剩餘貸款全部一次還清，則該大學畢業生按現計畫的所有還款數額比按原約定所有還款數額少_____元。

(備註：“等額本金還款法”是將本金平均分配到每一期近期還款，每一期所還款金額由兩部分組成。一部分為每期本金，即貸款本金除以還款期數；另一部分是利息，即貸款本金與還本金總額的差乘以利率。1 年按 12 個月計算)

8. 當 $x = \frac{1 + \sqrt{2024}}{2}$ 時，多項式 $(4x^3 - 2027x - 2024)^{2023}$ 的值為_____。

三、計算題（每小題 10 分，共 20 分，請寫出簡要過程，可得過程分）

1. 以 $RT\triangle ABC$ 的斜邊 \overline{AB} 為直徑作圓 O ， G 為 $\triangle ABC$ 的重心， P 點為圓 O 上一個動點， M 為 \overline{GP} 的中點，若 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{AC} = 6$ ，求 \overline{AM} 的最大值。

2. 如圖，已知在 $\triangle ABC$ 中，點 D 、 E 、 F 分別為 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{AC} 上的點，且 \overline{AE} 、 \overline{BF} 、 \overline{CD} 相交於 G 點，如果 $\frac{\overline{AG}}{\overline{GE}} + \frac{\overline{BG}}{\overline{GF}} + \frac{\overline{CG}}{\overline{GD}} = 2024$ ，求 $\frac{\overline{AG}}{\overline{GE}} \times \frac{\overline{BG}}{\overline{GF}} \times \frac{\overline{CG}}{\overline{GD}}$ 的值。

