


2023 第十九屆 IMC 國際數學交流活動(新加坡)
 19th IMC International Mathematics Contest (Singapore)

國小五年級(決賽)試題

考試時間:90 分鐘 卷面總分:100 分 得分:_____

◎參賽學生請將試題答案填寫在答案表內，填寫後不得塗改；塗改後的答案不計算成績！
 ◎計算題需要在試題空白處列出運算過程；只寫答案沒有運算過程不予計算成績！

選擇題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	B	D	C	B	C	B	C
填充題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	55	18	六	258	7	714	4	49

一、選擇題(每題 5 分，共 40 分)

1. 計算: $135 \times 168 + 352 \times 135 - 135 \times 418 - 135 =$ ()。
- (A)0 (B)13500 (C)13635 (D)135135

<解析>

原式 = $135 \times (168 + 352 - 418 - 1) = 135 \times 101 = 13635$
 選 C。

2. 某食堂採購員到市場購買牛羊肉，如果購買 18 公斤牛肉，則還差 40 元，如果購買 20 公斤羊肉，則多出 20 元，又知牛羊肉每公斤差價為 8 元，那麼採購員計畫用()元購買牛羊肉。(A)500 (B)860 (C)900 (D)1020

<解析>

設羊肉每公斤 a 元，牛肉每公斤(a+8)元

$$18 \times (a+8) - 40 = 20 \times a + 20$$

$$18a + 144 - 40 = 20a + 20$$

$$2a = 84, a = 42$$

$$\text{計畫用 } 18 \times (42+8) - 40 = 18 \times 50 - 40 = 900 - 40 = 860$$

選 B。

3. 把一個正多邊形紙片剪掉一個角，內角和增加 $\frac{1}{8}$ ，那麼原來正多邊形共有 () 條對角線。(A)9 (B)20 (C)27 (D)35

<解析>

$$\text{正多邊形內角和} = 180^\circ \times 8 = 1440^\circ$$

$$(n-2) \times 180^\circ = 1440^\circ, n = 10$$

$$\text{對角線} = 10 \times (10-3) \div 2 = 35, \text{選 D。}$$

4. 小明爸爸自駕車旅行，開始轎車里程表顯示為“ $\overline{20\square\square}$ ”，3 小時後，發現里程表顯示為“ $\overline{2\square\square 0}$ ”。又知平均車速在 60~70 公里/時，那麼按照這個車速再行駛 5 小時，里程表顯示可能為()。(A)2023 (B)2130 (C)2560 (D)2658

<解析>

$$\begin{array}{r} 22\square 0 \\ - 2\square\square 0 \\ \hline 198 \end{array}$$

且平均速度在 60~70 公里/時，里程差=180~210 公里之間

$$198 \div 3 = 66$$

$$66 \times 5 = 330$$

$$\text{里程數} = 22\square\square 0 + 330 = 2560, \text{選 C。}$$

5. 從 2023 年 7 月 30 日開始(此天不計)，到 2025 年 6 月 1 日，一共有()天。
 (A)671 (B)672 (C)673 (D)674

<解析>

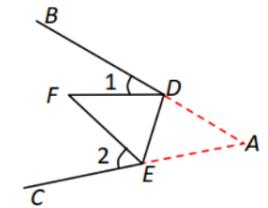
$$2023 \text{ 年底} = 1 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31 = 154$$

$$2024 \text{ 整年(閏年)} = 366$$

$$2025 \text{ 到 6 月} = 31 + 28 + 31 + 30 + 31 + 1 = 152$$

$$\text{共 } 154 + 366 + 152 = 672, \text{選 B。}$$

6. Fold vertex (翻折) A to meet point F as shown in figure, $\angle A = 46^\circ$, $\angle 1 = 40^\circ$. What is the degree size of $\angle 2$?
 (A)92° (B)80° (C)52° (D)46°



<解析>

$$180 - 46 = 134, 134 \times 2 = 268$$

$$\angle 1 + \angle 2 = 180 + 180 - 268 = 92, 40 + \angle 2 = 92$$

$$\angle 2 = 52, \text{選 C。}$$

7. 從 3:00 開始，時針與分針第 1 次夾角為 35° 。此時刻為 3 點()分。
 (A)8 (B)10 (C)18 (D) $22\frac{8}{11}$

<解析>

$$(90 - 35) \div (6 - 0.5) = 10, \text{選 B。}$$

8. 已知兩個正整數 a、b(a≥b)，它們的最小公倍數是 30。那麼這樣的數組共有 () 對。(A)10 (B)13 (C)14 (D)16

<解析>

$$30 = 1 \times 30 \times 1 = 2 \times 15 \times 1 = 3 \times 10 \times 1 = 5 \times 6 \times 1 = 6 \times 5 \times 1 = 10 \times 3 \times 1 = 15 \times 2 \times 1$$

$$[a, b] = [30, 1], [30, 2], [30, 3], [30, 30], [30, 5], [30, 6], [30, 10], [30, 15]$$

$$30 = 1 \times 15 \times 2 = 1 \times 10 \times 3 = 1 \times 6 \times 5 = 2 \times 5 \times 3 = 3 \times 5 \times 2 = 5 \times 3 \times 2$$

$$[a, b] = [15, 2], [10, 3], [6, 5], [10, 6], [15, 6], [15, 10], \text{共 14 對, 選 C。}$$

二、填充題（每小題 5 分，共 40 分）

1. 計算： $(\frac{10}{1 \times 2 \times 3} + \frac{9}{2 \times 3 \times 4} + \frac{8}{3 \times 4 \times 5} + \frac{7}{4 \times 5 \times 6} + \dots + \frac{1}{10 \times 11 \times 12}) \times 24 =$ _____。

<解析>

原式 = $13 \times (\frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \dots + \frac{1}{10 \times 11 \times 12}) - (\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{10 \times 11})$
 $= \frac{13}{2} \times (\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{10 \times 11} + \frac{1}{11 \times 12}) - (\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{10 \times 11})$
 $= \frac{13}{2} \times (\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{11 \times 12}) - (\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{11 \times 12}) = \frac{55}{24}$
 則原式 = 55

2. 一個陶瓷店促銷茶壺，買一支茶壺就贈送一支茶杯。茶壺定價 38 元，茶杯定價 5 元，一位顧客購得茶壺和茶杯共 30 支，共付款 318 元。那麼顧客付款購買了 _____ 支茶杯。

<解析>

設買了 x 組的茶壺，另外購得茶杯 = 30 - 2x
 $38x + 5(30 - 2x) = 318$
 $38x + 150 - 10x = 318$
 $28x = 168$
 $x = 6$
 付款購賣茶杯 = $30 - 2 \times 6 = 18$

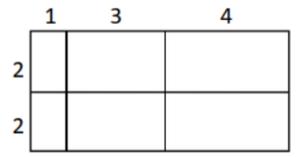
3. 在一個月曆中，小明發現只有星期二過 5 次，那麼下個月的 25 日是星期 _____。

<解析>

日	一	二	三	四	五	六
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29				

故這個月是 2 月(閏年)，則 3 月 25 日是星期六。

4. 如圖，在長為 8 公分，寬為 4 公分的長方形中添上與長或寬平行的三條線段，那麼圖中所有長方形的周長之和為 _____ 公分。



<解析>

$(1 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 3) \times 3 + (2 \times 2 + 2 \times 2) \times 6 = 129$
 $129 \times 2 = 258$ (公分)

5. 在 1!、2!、3!、……、200! 中，相鄰兩項尾數連續“0”的個數相差 2 的共有 _____ 組。

<解析>

出現是 25 的倍數，而不是 125 的倍數
 $200 \div 25 = 8$ ，其中 125 的倍數有 $[200 \div 125 = 1]$
 符合條件的有 $8 - 1 = 7$ 組

6. 數字和不大於 10 的四位數共有 _____ 個。

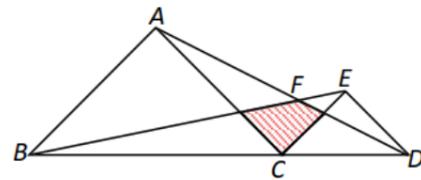
<解析>

ABCD 四位數 $A+B+C+D \leq 10$

- 1000~1009 10 組
- 1010~1019 9 組
-
- 1090~1099 1 組
-
- 1100~1109 9 組
-
- 1180~1199 1 組
-
-

$\frac{(10+1) \times 10}{2} = 55$, $\frac{(9+1) \times 9}{2} = 45$, $\frac{(8+1) \times 8}{2} = 36$, $\frac{(7+1) \times 7}{2} = 28$, $\frac{(6+1) \times 6}{2} = 21$, $\frac{(5+1) \times 5}{2} = 15$
 $\frac{(4+1) \times 4}{2} = 10$, $\frac{(3+1) \times 3}{2} = 6$, $\frac{(2+1) \times 2}{2} = 3$
 $55 + 45 + 36 + 28 + 21 + 15 + 10 + 6 + 3 + 1 +$
 $45 + 36 + 28 + 21 + 15 + 10 + 6 + 3 + 1 +$
 $36 + 28 + 21 + 15 + 10 + 6 + 3 + 1 +$
 $28 + 21 + 15 + 10 + 6 + 3 + 1 +$
 $21 + 15 + 10 + 6 + 3 + 1 +$
 $15 + 10 + 6 + 3 + 1 +$
 $10 + 6 + 3 + 1 +$
 $6 + 3 + 1 +$
 $3 + 1 +$
 合計 714

7. As shown in the figure, it is known that the areas of (面積) the isosceles right angles (等腰直角) $\triangle ABC$ and $\triangle CDE$ are 28 and 7 respectively. While the hypotenuses (斜邊) BC and CD of right angles $\triangle ABC$ and $\triangle CDE$; respectively are on the same line segment. The intersection point of AD and BE is F. What is the area of the shaded quadrilateral (陰影四邊形)?



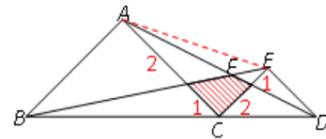
<解析>

連接 AE, $\triangle ABC$ 與 $\triangle CDE$ 的面積比=28:7=4:1

則邊長比=2:1

$\triangle ACE$ 的面積=14, 陰影四邊形占 $\triangle ACE$ 面積的 $\frac{2}{7}$

實際面積=14 $\times \frac{2}{7}$ =4



8. 甲、乙兩個試劑瓶各裝有不同濃度的同種製劑整數升, 如果甲、乙互換 6 升, 那麼兩個試劑瓶中製劑濃度相同。那麼甲、乙製劑瓶中的製劑之和最多有 _____ 升。

<解析>

設甲製劑有 x 升, 乙製劑有 y 升, $x \geq y$

$(x-6):6=6:(y-6)$, $(x-6)(y-6)=36$

$(x, y)=(42, 7)$ 、 $(x, y)=(24, 8)$ 、 $(x, y)=(18, 9)$ 、 $(x, y)=(15, 10)$ 、 $(x, y)=(12, 12)$

所以 $x+y$ 最大值=42+7=49 升

三、計算題 (每小題 10 分, 共 20 分, 請寫出簡要過程, 可得過程分)

1. 環形跑道長為 396 公尺, 跑道上的 A、B 點兩側之間的距離相等, 甲、乙順時針, 丙逆時針三人同時從 A 點行走, 甲每經過 B 點一次, 速度就提高到原來的 2 倍, 乙、丙速度始終保持不變。當乙、丙兩人首次相遇時, 甲恰好首次回到 A 點; 當乙第一次回到 A 點時, 甲恰好第二次回到 A 點, 那麼當甲、丙兩人首次相遇時, 甲走了 _____ 公尺。

<解析>

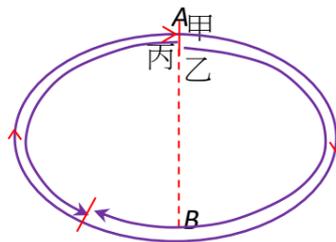
(1) 如圖, A、B 兩側的距離相等, 都為 $396 \div 2 = 198$ 公尺。

(2) 甲速是乙、丙速度和的 $\frac{2+1}{4} = \frac{3}{4}$ 。

(3) 甲速是乙速的 $\frac{4+8 \div 2+4 \div 4}{8} = \frac{9}{8}$, 設丙速為 4 份, 則乙速為 8 份, 甲速為 9 份。

(4) 甲第一次到達 B 點時, 丙距離 B 點 $198 - \frac{198}{9} \times 4 = 110$ 公尺。甲、丙第一次相遇

時, 甲跑了 $\frac{198}{9} \times 4 + \frac{110}{9 \times 2 + 4} \times 4 = 108$ 公尺。



2. 如圖, 平面上有六個點 A、B、C、D、E、F, 任意兩點之間要麼連一條線段, 要麼不連線段。如果每個頂點都連奇數條線段, 共有 _____ 種不同連線方法。

<解析>

為了保證每個頂點連出的線段有奇數條, 留下 F 點來調整線段的奇偶性。

在 A、B、C、D、E 中, 可以連 $C_2^5 = 10$ 條線段, 且每條線段要連線或不連線, 各有 2 種情況, 故有 $2^{10} = 1024$ 條連線方法。

