

高中一年級(決賽)試題

考試時間:90 分鐘 卷面總分:100 分 得分:_____

◎ 參賽學生請將試題答案填寫在答案表內，填寫後不得塗改；塗改後的答案不計算成績！
◎ 計算題需要在試題空白處列出運算過程；只寫答案沒有運算過程不予計算成績！

選擇題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								
填充題	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								

一、選擇題(每題 5 分，共 40 分)

- 已知集合 $A=\{x|-2\leq x\leq 3\}$, $B=\{x|x>0\}$, 則 $A\cup B=(\quad)$ 。
(A) $[-2, 3]$ (B) $(0, 3]$ (C) $(0, +\infty)$ (D) $[-2, +\infty)$
- 已知函數 $f(x)=\sqrt{x}-\frac{1}{x}+1$, 在下列區間中，包含 $f(x)$ 零點的區間是()。
(A) $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ (B) $(\frac{1}{2}, 1)$ (C) $(1, 2)$ (D) $(2, 3)$
- 若 $a>b, c>d>0$, 則一定有()。
(A) $ac>bd$ (B) $ac<bd$ (C) $\frac{a}{c}>\frac{b}{d}$ (D) 以上答案都不對
- 已知 $a=\log 2, b=\sin\frac{4\pi}{7}, c=2^{\frac{1}{3}}$, 則()。
(A) $a<b<c$ (B) $b<a<c$ (C) $b<c<a$ (D) $a<c<b$

5. Given the vector (向量) $\vec{OA}=(\cos \beta, \sin \beta)$, the vector \vec{OB} is obtained by rotating (旋轉) the vector \vec{OA} counterclockwise (逆時針) around the origin O by an angle θ (where $0^\circ < \theta < 90^\circ$), then which of the following statements is incorrect?

- (A) $|\vec{OA}|+|\vec{OB}|>|\vec{OA}-\vec{OB}|$ (B) $|\vec{AB}|<\sqrt{2}$
(C) $|\vec{OA}+\vec{OB}|=|\vec{OA}-\vec{OB}|$ (D) $(\vec{OA}+\vec{OB})\perp(\vec{OA}-\vec{OB})$

- 已知函數 $f(x)=ax^2+bx+c$, 且 $a>b>c, a+b+c=0$, 則()。
(A) $\forall x \in (0, 1)$, 都有 $f(x)>0$ (B) $\forall x \in (0, 1)$, 都有 $f(x)<0$
(C) $\exists x_0 \in (0, 1)$, 使得 $f(x_0)=0$ (D) $\exists x_0 \in (0, 1)$, 使得 $f(x_0)>0$

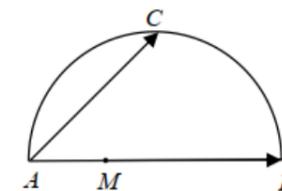
7. 設 $f(x)$ 是定義在 R 上以 2 為週期的偶函數，且 $x \in (0, 1)$ 時， $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(1-x)$, 則函數 $f(x)$ 在區間 $(1, 2)$ 上()。
(A) 是增函數且 $f(x)<0$ (B) 是增函數且 $f(x)>0$
(C) 是減函數且 $f(x)<0$ (D) 是減函數且 $f(x)>0$

8. 設 $f(x)$ 為 R 上的奇函數，且在 $(0, +\infty)$ 上單調遞增， $f(1)=0$, 則不等式 $f(x+1)<0$ 的解集是 (A) $(-1, 0)$ (B) $(0, 1)$ (C) $(1, 2)$ (D) $(-\infty, -2) \cup (-1, 0)$

二、填充題 (每小題 5 分，共 40 分)

- 若不等式 $x^2+ax+b>0$ 的解集為 $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (2, +\infty)$, 則 $a+b=$ _____。
- 設 $f(x)=x^2-ax+3$, 其中 $a \in R$, 若函數 $f(x)$ 有兩個不相等的正數零點，則 a 的取值範圍為_____。
- 符號函數 $\text{sgn}(x)=\begin{cases} 1, & x>0 \\ 0, & x=0 \\ -1, & x<0 \end{cases}$, 則函數 $f(x)=\text{sgn}(\ln x)-\ln^2 x$ 的零點個數為_____。

4. As shown in the figure, AB is the diameter, C is the midpoint of \widehat{AB} , point M lies on line segment AB . If $AB=2$, then what is the range value (取值範圍) of $|\vec{AC}+\vec{MB}|$?

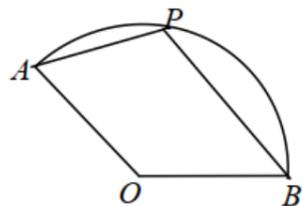


5. 設函數 $f(x)=\cos(\omega x-\frac{\pi}{6})$ ($\omega>0$), 若 $f(x)\leq f(\frac{\pi}{4})$ 對任意的實數 x 都成立，則 ω 的最小值為_____。

6. 若 $f(x) = \ln\left|a + \frac{1}{2-x}\right| + b$ 是奇函數，則 $a+b =$ _____。

7. 在體育知識有獎問答競賽中，甲、乙、丙三人同時回答一道有關籃球知識的問題，已知甲答題正確率是 $\frac{3}{4}$ ，乙答題錯誤的概率是 $\frac{1}{3}$ ，乙、丙兩人同時答題正確的概率是 $\frac{1}{4}$ 。假設每人答題正確與否是互相獨立的，那麼甲、丙都答題錯誤，且乙答題正確的概率為 _____。

8. As show in the figure, in sector AOB with radius of 1 unit, $\angle AOB = 120^\circ$. If P lies on arc AB , then what is the minimum value of $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP}$?



2. 已知函數 $f(x) = \log_2 \frac{x-1}{x+1}$,

(1) 若 $f(a) = 1$ ，求 a 的值；

(2) 判斷函數 $f(x)$ 的奇偶性，並證明你的結論；

(3) 若 $f(x) \geq m$ 對於 $x \in [3, +\infty)$ 恆成立，求實數 m 的範圍。

三、計算題（每小題 10 分，共 20 分，請寫出簡要過程，可得過程分）

1. 在 $\triangle ABC$ 中，內角 A 、 B 、 C 所對的邊分別是 a 、 b 、 c ，已知 $b \sin A = \sqrt{3} a \cos B$ 。

(1) 求角 B 的大小；

(2) $c-a=1$ ， $b=\sqrt{7}$ ，求 $\triangle ABC$ 的面積。